数学

班级:_____ 姓名:_____ 得分:_____

单元素养测评卷(一)

第六章

(时间:120 分钟　分值:150 分)

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设$\{\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2\}$是平面内的一个基底,则下面四组向量不能构成平面内的一个基底的是 (　　)

A. $2\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2$ 和 $\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2$　　B. $3\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2$ 和 $2\boldsymbol{e}_2-6\boldsymbol{e}_1$

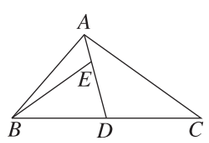
C. $\boldsymbol{e}_1+3\boldsymbol{e}_2$ 和 $\boldsymbol{e}_2+3\boldsymbol{e}_1$　　D. $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2$

2. 设 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 都是非零向量,下列四个条件中,使$\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}=\frac{\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}$成立的充分条件是 (　　)

A. $\boldsymbol{a}=-2\boldsymbol{b}$　　B. $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$

C. $\boldsymbol{a}=3\boldsymbol{b}$　　D. $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$ 且$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$

3. 如图所示,在$\triangle ABC$ 中,点 D 是边 BC 的中点,E 是线段 AD 上靠近点 A 的三等分点,则 $\overrightarrow{BE}=$ (　　)



A. $\frac{5}{3}\overrightarrow{BA}-\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

B. $\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$

C. $\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

D. $\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

4. 已知$|\boldsymbol{a}|=1,|\boldsymbol{b}|=2$,$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为$\frac{\pi}{3}$,那么$|4\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=$ (　　)

A. 2　　B. 6

C. $2\sqrt{3}$　　D. 12

5. 在$\triangle ABC$ 中,$a=\sqrt{2},b=\sqrt{3},A=45°$,则 $B=$ (　　)

A. 60°　　B. 120°

C. 60°或 120°　　D. 以上都不对

6. 已知向量$\boldsymbol{a}=(1,-\sqrt{3}),|\boldsymbol{b}|=1$,且$(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})\cdot(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=3$,则 $\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{a}$ 上的投影向量的坐标是 (　　)

A. $\left(\frac{3}{2},-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$　　B. $\left(\frac{1}{2},-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$

C. $\left(-\frac{1}{2},\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$　　D. $\left(\frac{3}{2},\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$

7. 在$\triangle ABC$ 中,内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c.若 $2A=B+C,a^2=bc$,则$\triangle ABC$ 一定是 (　　)

A. 三边不全相等的锐角三角形

B. 钝角三角形

C. 直角三角形

D. 等边三角形

8. [2026·青岛二中高一月考] 在$\triangle ABC$ 中,$AB=2,\angle ACB=\frac{\pi}{3}$,$O$ 是$\triangle ABC$ 外接圆的圆心,则 $\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$ 的最大值为 (　　)

A. 3　　B. $\frac{10}{3}$

C. 4　　D. $\frac{13}{3}$

二、选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

9. 对于平面向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$,下列结论不正确的是 (　　)

A. 若向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 不相等,则$|\boldsymbol{a}|\neq|\boldsymbol{b}|$

B. 若$|\boldsymbol{a}|>|\boldsymbol{b}|$,则向量 $\boldsymbol{a}>\boldsymbol{b}$

C. 若向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 不共线,则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 都是非零向量

D. 若向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 共线,向量 $\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 共线,则向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 也共线

10. [2026·华师大一附中高一期中] 在$\triangle ABC$ 中,下列说法正确的是 (　　)

A. $-\sin(A+B)=\sin C$

B. "$A>B$"是"$\sin A>\sin B$"的充要条件

C. 若 $\sin 2A=\sin 2B$,则$\triangle ABC$ 是等腰三角形

D. 若 A,B 为钝角三角形 ABC 的两个锐角,则 $\sin A<\cos B$

11. [2026·杭州学军中学高一期中] 在$\triangle ABC$ 中,内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,且 $A=\frac{\pi}{3}$,现有下列 5 个条件:①$\sin C=\frac{\sqrt{3}}{3}$;②$b=10$;③$a=2b$;④$c=2a$;⑤$\triangle ABC$ 的面积为 $30\sqrt{2}-10\sqrt{3}$.则下列结论正确的是 (　　)

A. 若$\triangle ABC$ 满足条件①,则 $\sin B=\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6}$

B. 存在一个$\triangle ABC$ 可以同时满足上述 5 个条件中的 3 个条件

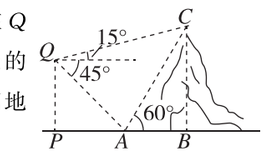
C. 任意一个$\triangle ABC$ 最多只能同时满足上述 5 个条件中的 3 个条件

D. 有且仅有 4 个$\triangle ABC$ 可以同时满足上述 5 个条件中的 2 个条件

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

12. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,2),\boldsymbol{b}=(x,1),2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 平行,则 x 的值为_____.

13. 如图,某山的高度 $BC=300$ m,一架无人机在 Q 处观测到山顶 C 的仰角为 15°,地面上 A 处的俯角为 45°,若$\angle BAC=60°$,则此无人机距离地面的高度 PQ 为_____m.



14. [2026·南通中学高一检测] 已知向量$\boldsymbol{a}=(1,0),\boldsymbol{b}=(0,1),\boldsymbol{c}=(\cos\theta,\sin\theta),\theta\in[0,2\pi)$.若$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=[\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}]+[\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}]$,其中$[x]$表示不超过 x 的最大整数,如:$[3.1]=3,[-1.7]=-2$,则$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}|$的取值范围为_____.

四、解答题:本题共 5 小题,共 77 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分)已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,2),\boldsymbol{b}=(3,-2)$.

(1)求$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$;

(2)若$|\boldsymbol{c}|=\sqrt{10}$,且$(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c})\perp\boldsymbol{c}$,求向量 $\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{c}$ 的夹角.

基础教育行业专研品牌 全品 SINCE 1992 30+年专注教育行业

16. (15 分)已知 a,b,c 分别为$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边,$a=b\cos C+c\sin B$.

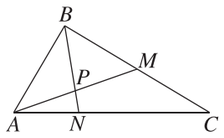
(1)求 B;

(2)若 $b=\sqrt{5}$,$c=\sqrt{2}$,求$\triangle ABC$ 的面积.

17. (15 分)如图,在$\triangle ABC$ 中,已知 $AB=2$,$AC=4$,$\angle BAC=60°$,M 是 BC 的中点,N 是 AC 上的点,且 $\overrightarrow{AN}=x\overrightarrow{AC}$,$AM$,$BN$ 相交于点 P. 设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$.

(1)若 $x=\dfrac{1}{3}$,试用向量 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 表示 $\overrightarrow{AM}$,$\overrightarrow{PN}$;

(2)若 $AM\perp PN$,求实数 x 的值.

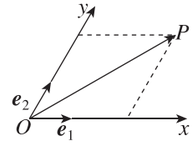


18. (17 分)[2026·江苏无锡高一期中] 如图,设 Ox,Oy 是平面内相交成 θ 角的两条数轴,$\theta\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)\cup\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$,$\boldsymbol{e}_1$,$\boldsymbol{e}_2$ 分别是与 x 轴、y 轴正方向同方向的单位向量,若向量 $\overrightarrow{OP}=x\boldsymbol{e}_1+y\boldsymbol{e}_2$,则把有序数对$[x,y]$叫作 $\overrightarrow{OP}$ 在斜坐标系 Oxy 中的斜坐标.

(1)设 $m\in\mathbf{R}$,若 $\theta=\dfrac{2\pi}{3}$,$\boldsymbol{a}=[1,-3]$,$\boldsymbol{b}=[7,m]$,$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$,求 m 的值;

(2)若 $\theta=\dfrac{\pi}{3}$,$\boldsymbol{a}=[1,-1]$,$\boldsymbol{b}=[1,3]$,求 $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 上的投影向量的斜坐标;

(3)若 $\boldsymbol{a}=[2,1]$,$\boldsymbol{b}=[1,1]$,$\boldsymbol{c}=[3,-1]$,且$|\boldsymbol{c}|\leqslant\sqrt{7}$,求 $\cos^2\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$的取值范围.



19. (17 分)[2026·福九联盟高一期中] 费马点是三角形内到三个顶点距离之和最小的点,具体位置取决于三角形的形状. 当$\triangle ABC$ 的三个内角均小于$\dfrac{2\pi}{3}$时,使得$\angle APB=\angle BPC=\angle CPA=\dfrac{2\pi}{3}$的点 P 即为费马点;当$\triangle ABC$ 有一个内角大于或等于$\dfrac{2\pi}{3}$时,最大内角的顶点为费马点. 在$\triangle ABC$ 中,内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,且$\dfrac{\sqrt{3}}{2}c=a\sin\left(B+\dfrac{\pi}{3}\right)$.

(1)求 A;

(2)若 $a^2=\dfrac{9}{4}bc$,求 $\sin B+\sin C$ 的值;

(3)若$\triangle ABC$ 的面积为 $4\sqrt{3}$,设点 P 为$\triangle ABC$ 的费马点,求 $\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}$ 的最小值.